$f(x) = 4^{x+1} - 2^{x+1} - 6$ とおく。方程式 $f(x) = 0$ をみたす実数 x は, $x = \boxed{}$ である。また, 関数 $f(x)$ は, $x = \boxed{}$ のとき最小値 $\boxed{}$ をとる。〔北里大〕

$f(x) = 4 \cdot 4^x - 2 \cdot 2^x - 6$

$= 4 \cdot 2^{2x} - 2 \cdot 2^x - 6$ として $X = 2^x$ $(X > 0)$ とおく.

$f(x) = 4X^2 - 2X - 6 = 0$ として方程式を解くと

$= 2(X+1)(2X-3) = 0$

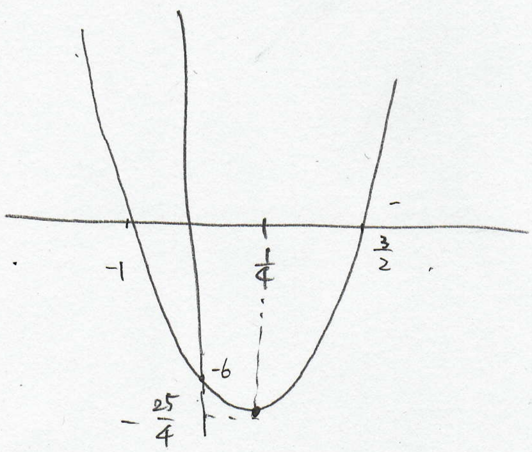
$X = -1, \frac{3}{2}$ であるが $X > 0$ より $X = -1$ は不適.

$2^x = \frac{3}{2}$ であり $\log_2 2^x = \log_2 \frac{3}{2} = \log_2 3 - \log_2 2$

$\therefore$ $x = \log_2 3 - 1$

$f(x) = 4\left(X - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - 6$

$= 4\left(X - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{25}{4}$ $\because X > 0$



$X = \frac{1}{4}$ のとき最小値 $-\frac{25}{4}$

すなわち

$2^x = \frac{1}{4}$

$x = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$

$\therefore$ $x = -2$ のとき最小値 $-\frac{25}{4}$