2015岩大

(1) $f(x)$の定義域は

真数条件より

$x-1>0$, $4-x>0$

よって

$1<x<4$

(2)

$\log_2(x-1)(4-x) \geqq 0$

$\log_2(x-1)(4-x) \geqq \log_2 1$

$(x-1)(4-x) \geqq 1$

$x^2-5x+5 \leqq 0$

これを解いて

$\frac{5-\sqrt{5}}{2} \leqq x \leqq \frac{5+\sqrt{5}}{2}$

(3)

$f(x)=\log_2(x-1)(4-x)$

$=\log_2(-x^2+5x-4)$

$=\log_2\left\{-(x-\frac{5}{2})^2+\frac{9}{4}\right\}$

よって$f(x)$は $x=\frac{5}{2}$のとき最大値 $\log_2\frac{9}{4}$

をとる

よって $m=\log_2\frac{9}{4}$

これより $2^m=\frac{9}{4}$ であるから

$2^{m-2}=\frac{9}{4}\cdot 2^{-2}=\frac{9}{16}$

$2^{m-2}=\frac{9}{16}$

(4)

$m=\log_2\frac{9}{4}$

$m=2\log_2\frac{3}{2}$

$1000^m=10^{3m}$

$=10^{6\log_2\frac{3}{2}}$ …①

ここで

$\log_2\frac{3}{2}=\log_2 3-\log_2 2$

$=\log_2 3-1$

$=\frac{\log_{10}3}{\log_{10}2}-1$

①の指数部は

$6\left(\frac{\log_{10}3}{\log_{10}2}-1\right)$ となる

これは条件より

$6\left(\frac{0.4771}{0.3010}-1\right)$

$=6\left(\frac{4771}{3010}-1\right)$

$=6\cdot\frac{1761}{3010}$

$=\frac{10566}{3010}$

$=3.510\cdots$

よって 指数部の値は

$3<6\log_2\frac{3}{2}<4$

であるから

4桁になる