(1)

直線ABの式

$x-y-1=0$　　$y=x-1$ など …(答)

線分ABの長さ　$4\sqrt{2}$ …(答)

(2) $t=2$のとき $P(2,4)$

このとき点Pと直線ABとの距離を求めると

$$d_0=\frac{|2-4-1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$$

よって△ABPの面積は

$$\frac{1}{2}\cdot AB\cdot d_0=\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot\frac{3}{\sqrt{2}}=6$$　　$\underline{6}$ …(答)

(3) 点$P(t,t^2)$と直線ABとの距離dは

$$d=\frac{|t-t^2-1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{|t^2-t+1|}{\sqrt{2}}$$

$\underline{d=\frac{|t^2-t+1|}{\sqrt{2}}}$ …(答)

(4)

△ABCの面積をSとすると

$S(t)=\frac{1}{2}AB\cdot d$ より

$$S(t)=\frac{1}{2}\cdot 4\cancel{\sqrt{2}}\cdot\frac{|t^2-t+1|}{\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$=2|t^2-t+1|$$

となり $S(t)$が最小 → $|t^2-t+1|$が最小とならねばない

$t^2-t+1=\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$ なので

$S(t)$は $t=\frac{1}{2}$のとき 最小値 $S\left(\frac{1}{2}\right)=2\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$ となる

このとき $P\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$ である.

以上より　$\underline{\triangle ABP\text{の最小値は}\ \frac{3}{2}\text{、そのときのPの座標は}\ P\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)}$ …(答)