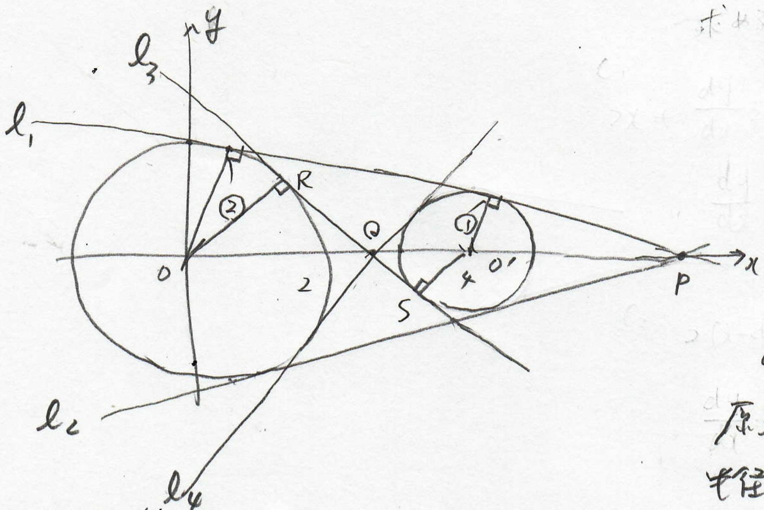
図と式16

2

正す

2つの円 $C_1 : x^2+y^2=4,\ C_2 : (x-4)^2+y^2=1$ の両方に接する直線は全部で4本ある。この4本の直線の方程式を求めよ。　〔宮崎大〕



相似より $P(8,0)$

求める式 l_1, l_2 を

$y=a(x-8)$ とおくと

$ax-y-8a=0$

原点からの直線への距離が半径2と等しいので

$\dfrac{|-8a|}{\sqrt{a^2+1}}=2$　$64a^2=4(a^2+1)$

$60a^2=4$

$a=\pm\dfrac{1}{\sqrt{15}}$　求める式 $l_1 l_2$ は $y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{15}}(x-8)$

また l_3, l_4 は $\triangle ORQ \backsim \triangle O'SQ$ で相似比は $2:1$ であるから

$4\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{3}$ となり $Q\left(\dfrac{8}{3}, 0\right)$ となる

求める式を $y=a\left(x-\dfrac{8}{3}\right)$ として先と同様に行う

$3ax-3y-8a=0$　$\dfrac{|-8a|}{\sqrt{9a^2+9}}=2$　$64a^2=36a^2+36$

$28a^2=36$

$a^2=\dfrac{9}{7}$　$a=\pm\dfrac{3}{\sqrt{7}}$

$\therefore$ $l_3 l_4$ の式は $y=\pm\dfrac{3}{\sqrt{7}}\left(x-\dfrac{8}{3}\right)$

以上より　$y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{15}}(x-8)$,　$y=\pm\dfrac{3}{\sqrt{7}}\left(x-\dfrac{8}{3}\right)$