図と式18

直線 $(3+2k)x+(4-k)y+5-3k=0$ がある。

この直線は，k の値によらず，定点 $\left(\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}\right)$ を通る。また，点 $(1,-1)$ とこの直線との距離が最大となるのは $k=\frac{\square}{\square}$ のときで，その距離は $\frac{\square}{\square}\sqrt{\square}$ である。

〔獨協医科大〕

$3x+2kx+4y-ky+5-3k=0$

kについて整理すると

$k(2x-y-3)+3x+4y+5=0$

kを任意とすると　$2x-y-3=0$，$3x+4y+5=0$ を同時に満たす点が定点となる。つまり

$\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$ を解くとより　$x=\frac{7}{11}$　$y=-\frac{19}{11}$　定点$\left(\frac{7}{11}, -\frac{9}{11}\right)$

点$(1,-1)$からの距離をdとすると

$$d=\frac{|3+2k-4+k+5-3k|}{\sqrt{(3+2k)^2+(4-k)^2}}=\frac{4}{\sqrt{5k^2+4k+25}}$$

つまり　$5k^2+4k+25$ が最小値になるkを求めるとより

$$5k^2+4k+25=5\left(k+\frac{3}{5}\right)^2+\frac{121}{5}$$

$\therefore$

$k=-\frac{2}{5}$のとき　$d=\frac{4}{\sqrt{\frac{121}{5}}}=\frac{4\sqrt{5}}{11}$