図と式 19

$x^2+y^2=12$, $x \geqq 0$ のとき, $s=xy$, $t=x+y$ とおく, s を t を用いて表すと

$$s=\frac{\boxed{}}{\boxed{}}t^2-\boxed{}$$

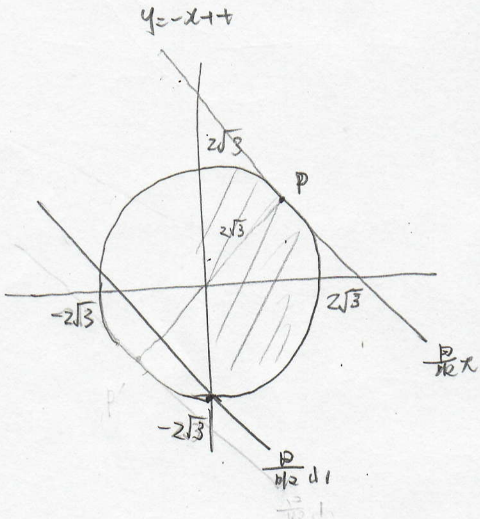
である。t の取り得る値の範囲は $\boxed{}\sqrt{\boxed{}} \leqq t \leqq \boxed{}\sqrt{\boxed{}}$ であり, s の最大値は $\boxed{}$ である。　〔千葉工業大〕

$(x+y)^2-2xy=12$

$t^2-2s=12$

$2s=t^2-12$

$\therefore\ s=\frac{1}{2}t^2-6$



$t=x+y$ より

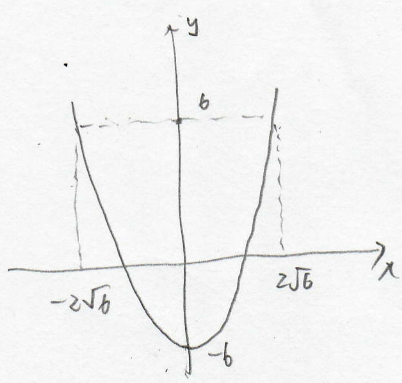
$y=-x+t$ の切片 t を考える 左図の $x>0$ での接点Pは

$P\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \to P(\sqrt{6}, \sqrt{6})$

このとき $t=2\sqrt{6}$ で最小値は $t=-2\sqrt{3}$ である

$\therefore\ -2\sqrt{3} \leqq x \leqq 2\sqrt{6}$

$s=\frac{1}{2}t^2-6$　$-2\sqrt{6} \leqq t \leqq 2\sqrt{6}$ とすると



$t=\pm 2\sqrt{6}$ のときで このとき

$s=\frac{1}{2}\cdot(\pm 2\sqrt{6})^2-6$

$=12-6$

$=6$

6