

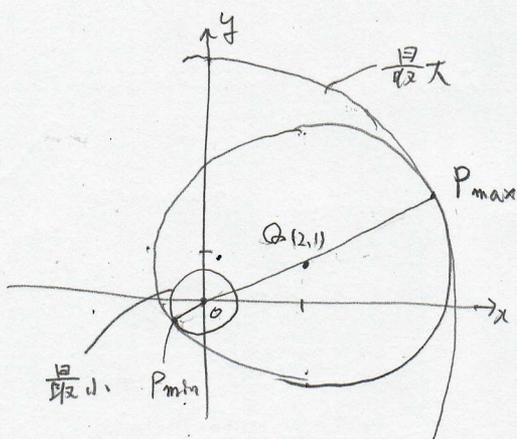


11B 図式 24



$xy$  平面上の点  $P(x, y)$  が円  $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 4$  の周上を動くとき、 $x^2 + y^2$  の最大値および最小値を求めよ。  
[武蔵工大]

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$   $\therefore$   $\odot$  の中心を  $Q$  とする 原点を  $O$  とする



$x^2 + y^2$  の最大と対する点を  $P_{max}$  とすると

$x^2 + y^2$  の最大値は

$(OP_{max})^2$  であり

$OP_{max} = OQ + 3$

$\therefore$  三平方の定理より

$OP_{max} = \sqrt{5} + 3$

したがって

$(OP_{max})^2 = (\sqrt{5} + 3)^2$

$= 14 + 6\sqrt{5}$

同様に  $x^2 + y^2$  の最小と対する点を  $P_{min}$  とすると

$OP_{min} = 6 - OP_{max} = 6 - (\sqrt{5} + 3) = 3 - \sqrt{5}$

$\therefore$   $x^2 + y^2$  の最小値は  $(OP_{min})^2$  であるから

$(OP_{min})^2 = (3 - \sqrt{5})^2$

$= 14 - 6\sqrt{5}$

(答)  $\begin{cases} \text{最大値} & 14 + 6\sqrt{5} \\ \text{最小値} & 14 - 6\sqrt{5} \end{cases}$

