図式

2020 32

Siki

OK

円 $C: x^2+y^2-2(a+1)x-4y+a^2+10=0$ が x 軸に接するとき $a=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

このとき, 直線 $y=kx\ (k>0)$ が円 C と接するならば, $k=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。 〔大同大〕

円C: $\{x-(a+1)\}^2+(y-2)^2=(a+1)^2+4-a^2-10$

$\{x-(a+1)\}^2+(y-2)^2=2a-5$

x軸に接するから円の中心のy座標と半径が等しいので

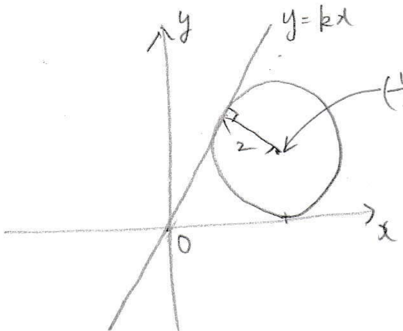
$2=\sqrt{2a-5}$ 両辺2乗して

$2a-5=4$

$2a=9$ $\qquad$ $\underline{a=\frac{9}{2}}$

このとき円Cは

$\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+(y-2)^2=4$ となり



円Cの中心 $\left(\frac{11}{2},2\right)$ から直線 $y=kx$ までの距離が2であるから

$-kx+y=0$ として,

$$\frac{\left|-k\cdot\frac{11}{2}+2\right|}{\sqrt{k^2+1}}=2$$

$\left(-\frac{11}{2}k+2\right)^2=4(k^2+1)$

$\frac{121}{4}k^2-22k+4=4k^2+4$

$\frac{105}{4}k^2-22k=0$ $\qquad$ $\frac{1}{4}k(105k-88)=0$

$k>0$ より $\underline{k=\frac{88}{105}}$