

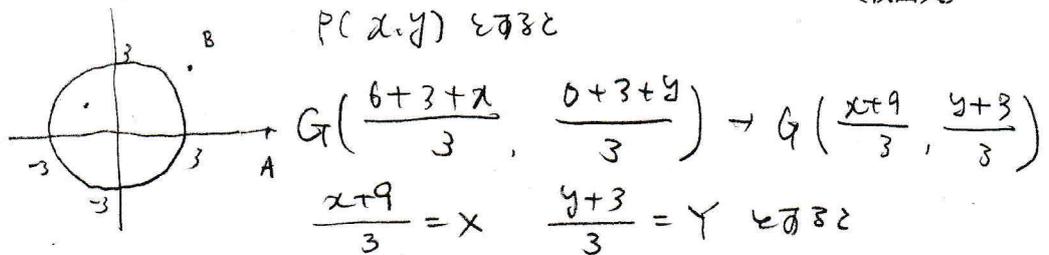
問と式 8

座標平面上に定点 $A(6, 0)$, $B(3, 3)$ と円 $C: x^2 + y^2 = 9$ がある。

- (1) 点 P が円 C 上を一周するとき、点 A, B, P を頂点する三角形 $\triangle ABP$ の重心 G の軌跡の方程式を求めよ。
- (2) (1) の軌跡上を動く点の座標 (x, y) に対し、次の①、②に答えよ。
- ① $x^2 + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。
- ② $\frac{y-1}{x}$ の最大値と最小値を求めよ。

[秋田大]

(1)

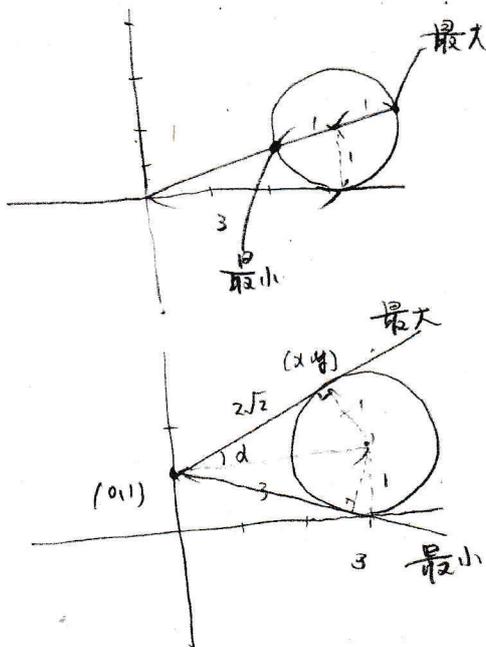


$x = 3X - 9 \quad y = 3Y - 3$ であるから、

$(3X-9)^2 + (3Y-3)^2 = 9$

$9(X-3)^2 + 9(Y-1)^2 = 9 \quad \therefore (X-3)^2 + (Y-1)^2 = 1$

(2)



最大値は

$\sqrt{10} + 1 = \sqrt{x^2 + y^2}$ より $x^2 + y^2 = 11 + 2\sqrt{10}$

最小値は

$\sqrt{10} - 1 = \sqrt{x^2 + y^2}$ より $x^2 + y^2 = 11 - 2\sqrt{10}$

$\frac{y-1}{x}$ は点 $(0, 1)$ と円周上の点 (x, y) と

結ぶ弦の傾きの逆数。そのとき、傾きの

最大値は $\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

最小値は $-\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$