

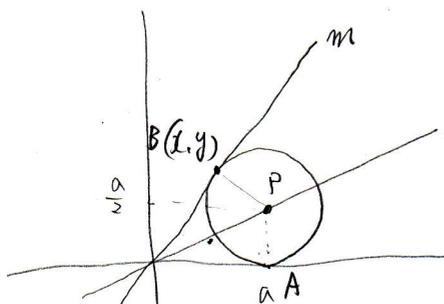
問題 9

直線 $l: y = \frac{x}{2}$ 上の点 $P(a, \frac{a}{2})$ を考える。次の問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) 点 P に中心があり x 軸と接する円は、原点 O を通る x 軸以外の直線 m と接する。 x 軸上の接点 A および直線 m 上の接点 B の座標を求めよ。
- (2) 原点 O 、点 A 、点 B を通る円の方程式を求めよ。

[埼玉大]

(1)



$B(x, y)$ とおくと

$(\frac{x+a}{2}, \frac{y+0}{2})$ とおくと $(\frac{x+a}{2}, \frac{y}{2})$ は

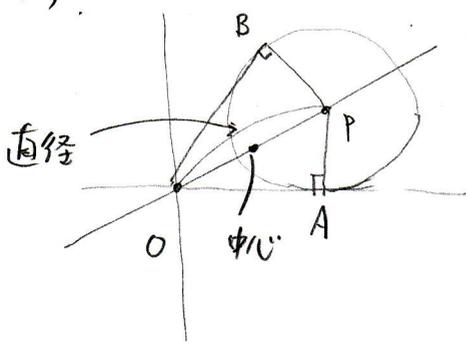
$y = \frac{x}{2}$ 上にあるので

$x+a = 2y$... ① また傾き AB と $\frac{1}{2}$ の積は -1 より

$\frac{y}{x-a} \cdot \frac{1}{2} = -1 \rightarrow 2(x-a) = -y$... ② ①②より

$\begin{cases} x+2y = -a \\ 2x+y = 2a \end{cases}$... ①②を解くと $x = \frac{3}{5}a, y = \frac{4}{5}a \therefore A(a, 0)$
 $B(\frac{3}{5}a, \frac{4}{5}a)$

(2)



$P(a, \frac{a}{2})$ より 中心は 原点 O と P の中点

$(\frac{a}{2}, \frac{a}{4})$ である。又半径は

$\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}a$ であるから

求める
円の方程式は

$(x - \frac{a}{2})^2 + (y - \frac{a}{4})^2 = (\frac{\sqrt{5}}{4}a)^2$