

$xy$  平面において、原点  $O$  を中心とする半径  $r (r > 0)$  の円  $C$  と点  $P(a, 0) (a > r)$  を考える。点  $P$  から円  $C$  に引いた二つの接線について、その接点で  $y$  座標が正であるものを  $A$  とし、負であるものを  $B$  とする。このとき、次の各問に答えよ。

- (1)  $A, B$  の座標を  $a, r$  を用いて表せ。
- (2) 四角形  $PAOB$  の面積  $S$  を  $a, r$  を用いて表せ。
- (3)  $a$  を固定し、 $r$  を  $0 < r < a$  の範囲で動かす。このとき、 $S$  の最大値およびそれを与える  $r$  を  $a$  を用いて表せ。
- (4)  $S$  が (3) で求めた最大値であるとき、 $\log_2 S = (\log_2 a)^2$  となる  $a$  の値を求めよ。

〔山形大〕