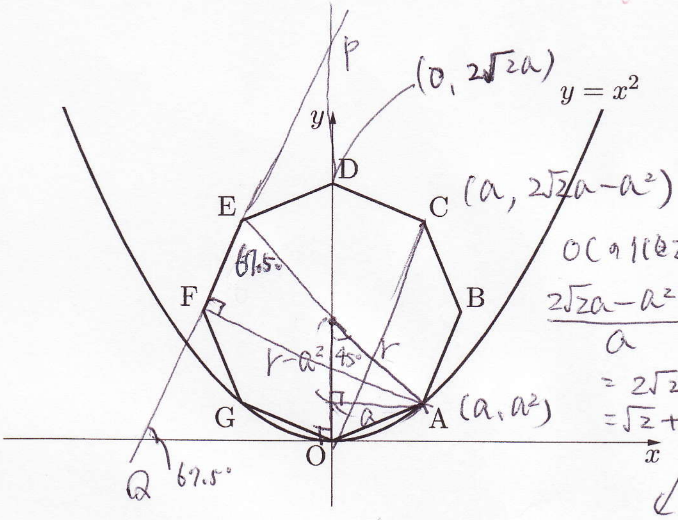
$y=x^2$ のグラフがあり, 図のように, 正八角形OABCDEFGの3つの頂点O, A, Gがこのグラフ上にあります。次の問いに答えなさい。

(1) 点Aの x 座標を求めなさい。

(2) 直線EFの方程式を求めなさい。

(3) 直線EFが y 軸上と交わる点をP, x 軸と交わる点をQとします。△AEFの面積は△OPQの面積の何倍ですか。



OCの傾き

$\frac{2\sqrt{2}a-a^2}{a}$

$=2\sqrt{2}-a$

$=\sqrt{2}+1$

こっちの方がすっきり

〔筑波大学附属駒場〕

(1) $r-a^2=a$ …①

$\frac{r}{\sqrt{2}}=a$　$r=\sqrt{2}a$ より ①は

$\sqrt{2}a-a^2=a$

$a^2-\sqrt{2}a+a=0$

$a\{a-(\sqrt{2}-1)\}=0$

$a=\sqrt{2}-1$

(2) A$(\sqrt{2}-1,\ 3-2\sqrt{2})$ $r=2-\sqrt{2}$ より OD$=2r=4-2\sqrt{2}$

Cの座標は $(\sqrt{2}-1$, OD − Aのy座標$)$ → $(\sqrt{2}-1,\ 1)$ → Cの座標

OCの傾き $=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{1\times(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$

(1)より $r=\sqrt{2}a$
D$(0,2r)$ より
D$(0,2\sqrt{2}a)$
またC$(a,2\sqrt{2}a-a^2)$
より
OCの傾き
$\frac{2\sqrt{2}a-a^2}{a}$
$=2\sqrt{2}-a$
↓
$2\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)$
$=\sqrt{2}+1$

$y=(\sqrt{2}+1)x+b$　E$(-\sqrt{2}+1,\ 1)$ より $1=-2+1+b$　$b=2$

よって求める式は $y=(\sqrt{2}+1)x+2$

(3) △AEF∽△OPQ　$AF^2=OC^2=(\sqrt{2}-1)^2+1^2=2-2\sqrt{2}+1+1$
$=4-2\sqrt{2}$

$OP^2=2^2=4$

よって

求めるのは $\frac{AF^2}{OP^2}$

$\frac{4-2\sqrt{2}}{4}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$(倍)