2kan 61
nyusi

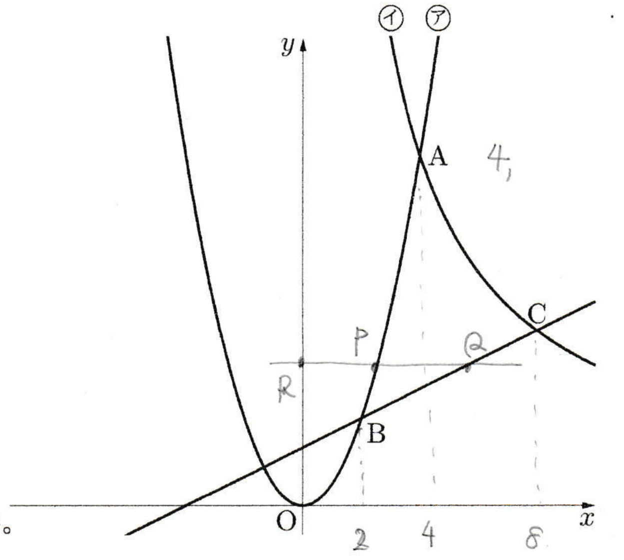
右の図のように，2 つの関数

$y = ax^2$(a は定数)$\cdots$㋐

$y = \dfrac{b}{x}$($x > 0, b$ は定数)$\cdots$㋑

のグラフがある。

点 A は関数㋐，㋑のグラフの交点で，A の x 座標は 4 である。点 B は関数㋐のグラフ上にあって，B の x 座標は 2 であり，点 C は関数㋑のグラフ上にあって，C の x 座標は 8 である。また，関数㋐について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合は $\dfrac{9}{2}$ である。このとき，次の各問いに答えなさい。



(1) a, b の値を求めなさい。

(2) 直線 BC の式を求めなさい。

(3) 関数㋐のグラフ上において 2 点 A, B の間に点 P を，線分 BC 上において 2 点 B, C とは異なる点 Q を，直線 PQ が x 軸と平行になるようにとる。また，直線 PQ と y 軸との交点を R とする。

① 点 P の x 座標を t として，線分 PQ の長さを，t を使った式で表しなさい。

② PQ : PR=3 : 2 となるときの P の座標を求めなさい。

〔熊本県〕

(1)
$(2+4)a = \frac{9}{2}$　$6a = \frac{9}{2}$　$a = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ となり㋐は $y = \frac{3}{4}x^2$ となるので
A(4, 12), B(2, 3)，Aの座標から $b = 48$　よって $a = \frac{3}{4}, b = 48$

(2)
$b = 48$ より C(8, 6) と分かる　B(2, 3) と (8, 6) より直線BCは
$6 = 8a + b$
$-)\ 3 = 2a + b$
$3 = 6a$　$a = \frac{1}{2}$　$b = 2$　よって $y = \frac{1}{2}x + 2$

(3)
① $P(t, \frac{3}{4}t^2)$　P, Qはy座標が等しいので $y = \frac{1}{2}x + 2$ において $y = \frac{3}{4}t^2$ とすると
$\frac{3}{4}t^2 = \frac{1}{2}x + 2$ これをxについて解くと $3t^2 = 2x + 8$　$x = \frac{3t^2}{2} - 4$ よって $Q(\frac{3}{2}t^2 - 4, \frac{3}{4}t^2)$
したがって $PQ = \frac{3t^2 - 8}{2} - t = \frac{3}{2}t^2 - t - 4$　　$\frac{3}{2}t^2 - t - 4$

② $PR = t$ より ①から
$(\frac{3}{2}t^2 - t - 4) : t = 3 : 2$
$3t^2 - 2t - 8 = 3t$
$3t^2 - 5t - 8 = 0$　$t = \frac{5 \pm \sqrt{25+96}}{6} = \frac{5 \pm 11}{6}$ となり $t = -1, \frac{8}{3}$　$2 < t < 4$ より $t = \frac{8}{3}$
よって $P(\frac{8}{3}, \frac{16}{3})$