

曲線  $y = -x \log x$  ( $0 < x < 1$ ) を  $C$  とする。  $C$  上の点  $P(t, -t \log t)$  における法線が  $x$  軸と交わる点を  $Q(a, 0)$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a$  を  $t$  の式で表せ。
- (2)  $a < t$  であるような実数  $t$  の範囲を求めよ。
- (3)  $t$  が (2) で求めた範囲にあるとき、3点  $P, Q, H(t, 0)$  を頂点とする三角形  $PQH$  の面積  $S(t)$  を  $t$  の式で表せ。
- (4)  $t$  が (2) で求めた範囲を動くとき、 $S(t)$  の最大値とそのときの  $t$  の値を求めよ。

〔東京農工大〕