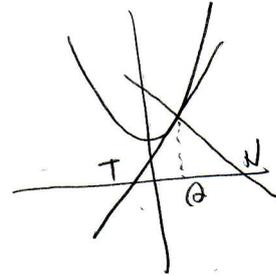


曲線 $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ 上の y 軸上にない点 $P(m, c)$ における接線、法線が x 軸と交わる点をそれぞれ T, N とし、 P より x 軸への垂線の足を Q とする。このとき、次のおおのの長さを c で表わせ。

(1) TQ

(2) QN



① $y' = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ より接線の方程式は

$$y = \frac{1}{2}(e^m - e^{-m})(x - m) + c \dots ①$$

法線の方程式は

$$y = -\frac{2}{e^m - e^{-m}}(x - m) + c \dots ② \text{ とする}$$

①より T の座標は $(m - \frac{2c}{e^m - e^{-m}}, 0)$

②より N の座標は $(\frac{c(e^m - e^{-m})}{-2} + m, 0)$

Q の座標は $(m, 0)$

$$TQ = m - m + \frac{2c}{e^m - e^{-m}} \quad \therefore TQ = \frac{2c}{e^m - e^{-m}}$$

ここで $\frac{1}{2}(e^m + e^{-m}) = c$ であるから $e^m + e^{-m} > 0$

$$e^m + e^{-m} = 2c$$

$(e^m - e^{-m})^2 = (e^m + e^{-m})^2 - 4$ であるから

$$e^m - e^{-m} = \sqrt{(e^m + e^{-m})^2 - 4} = \sqrt{4c^2 - 4} = 2\sqrt{c^2 - 1}$$

従って $TQ = \frac{2c}{2\sqrt{c^2 - 1}}$

ゆえに

$$TQ = \frac{c}{\sqrt{c^2 - 1}}$$

(2) $QN = \frac{c(e^m - e^{-m})}{2}$ より

①) 同様 $QN = \frac{c \cdot 2\sqrt{c^2 - 1}}{2}$

ゆえに

$$QN = c\sqrt{c^2 - 1}$$