

30 18分 25

$f(x) = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) を考える。ただし、対数は自然対数である。

- (1) $f(x) = 0$ の解を求めなさい。
- (2) $f'(x)$ を求めなさい。
- (3) $f(x)$ の増減表を完成させなさい。 $f(x)$ に極大値、極小値があれば、それらも書きなさい。
- (4) $f(3)$ と $f(\pi)$ の大小を判定し、その根拠を述べなさい。
- (5) 3^π と π^3 の大小を判定し、その根拠を述べなさい。
- (6) $m^n = n^m$ および $0 < m < n$ を満たす整数の組 (m, n) をすべて求めなさい。

[日本大] 改

(1) $f(x) = 0$ するから $\log x = 0$ より $x = 1$

(2) $f'(x) = \frac{1 \cdot x - \log x}{x^2} = \frac{1 - \log x}{x^2}$ $\therefore f'(x) = \frac{1 - \log x}{x^2}$

(3)

x	\dots	e	\dots
$f(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	\nearrow	$\frac{1}{e}$	\searrow

$x = e$ とき極大値 $\frac{1}{e}$ となる
極小値はなし

(4) $x \geq e$ から $f(x)$ は減少関数であるから
 $f(3) > f(\pi)$

(5) 41 74 $f(3) = \frac{\log 3}{3} > f(\pi) = \frac{\log \pi}{\pi}$

$\frac{\log 3}{3} > \frac{\log \pi}{\pi}$

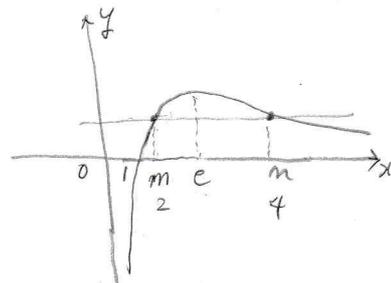
$\pi \log 3 > 3 \log \pi$
 $\log 3^\pi > \log \pi^3$

$3^\pi > \pi^3$

(6)

$n \log m = m \log n$

$\frac{\log m}{m} = \frac{\log n}{n} \rightarrow f(m) = f(n)$



$1 < x < e$ となる整数は 2 しか存在しない。

\uparrow
増える。

$m = 2$ と $n = 4$

$2^m = n^2$ $n = 4$

数楽 <http://www.mathtext.info/>

$(m, n) = (2, 4)$