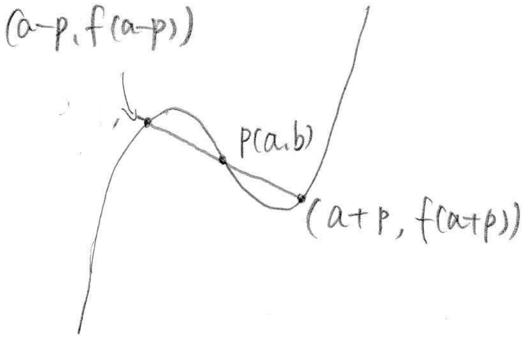
3C微分29

第2次導関数をもつ関数 $y = f(x)$ のグラフ C が C 上の1点 $\mathrm{P}(a, b)$ に関して対称ならば，$f''(a) = 0$ であることを証明せよ。〔お茶の水大〕



ここで左図において

$b = f(a)$ であり

グラフが P について対称なら

$\dfrac{f(a-p)+f(a+p)}{2} = f(a)$ を示せばよい

(∵ p は任意の実数)

先の式より

$f(a-p) + f(a+p) = 2f(a)$ これを p で微分すると

$-f'(a-p) + f'(a+p) = 0$ もう1度 p で微分すると

$f''(a-p) + f''(a+p) = 0$

これは $p=0$ でも成り立つので $p=0$ とすると

$f''(a) + f''(a) = 0$

$2f''(a) = 0$ より $f''(a) = 0$