3C 微分39

$\log x$ は自然対数を表し，$y = x^2 - 2x$ と $y = \log x + a$ によって定まる xy 平面上の 2 つの曲線が接するための条件は

$$a = -\frac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}} + \log\left(\sqrt{\boxed{}} - \boxed{}\right)$$

である。このとき，接点での接線の方程式は次で表される。

$$y = \left(\sqrt{\boxed{}} - \boxed{}\right)x - \left(\boxed{} + \frac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}\right)$$

〔上智大〕

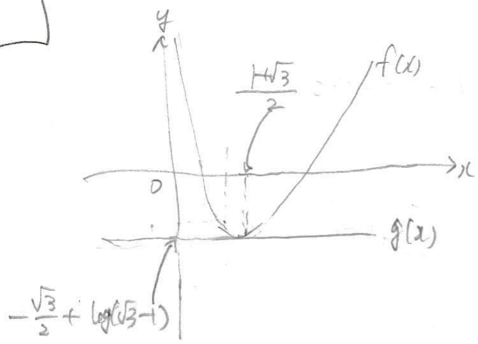
(注)
接する
$f(x)=g(x)$
$f'(x)=g'(x)$
で解く方が良いかも。

$x^2-2x=\log x+a$ （∵ $x>0$）

$-\log x+x^2-2x=a$ として $f(x)=-\log x+x^2-2x$ と $g(x)=a$ が
1点で交わるときのaの値を求める

$f'(x)=-\frac{1}{x}+2x-2=\frac{-1+2x^2-2x}{x}$ $\qquad x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ （∵ $x>0$）より

$f(x)$ は $x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ で極値をとる その値は



$f\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)=-\log\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)+\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\log\left(\frac{2}{1+\sqrt{3}}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}=\log(\sqrt{3}-1)-\frac{\sqrt{3}}{2}=a$ となる

$\therefore a=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\log(\sqrt{3}-1)$

接点は $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ であり，$g'=2x-2$ であるから

接線の式は

$y=\left\{2\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)-2\right\}\left(x-\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y=(\sqrt{3}-1)x-1-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ $y=(\sqrt{3}-1)x-\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$