3L微分 ×2

ok

xy 平面において，曲線 $y=(2x^2-2x+1)e^{-x^2}$ と直線 $y=k$ が相異なる 3 個の共有点をもつような定数 k の値を求めよ。〔埼玉大〕

$y=f(x)$ として

$f'(x)=(4x-2)e^{-x^2}-2x(2x^2-2x+1)e^{-x^2}$

$\quad=-2(2x^3-2x^2-x+1)e^{-x^2}$

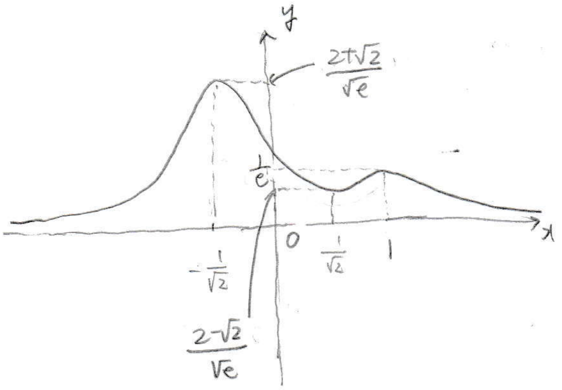
$e^{-x^2}>0$ より $f'(x)=0$ とすると $2x^3-2x^2-x+1=0$ となる x を考えればよい

このとき $(x-1)(2x^2-1)=0$ となり $x=1,\ \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき極値をとる

x	$\cdots$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$	$\searrow$	$\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$

ちなみに $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$



グラフより

$y=k$ が異なる 3 個の共有点をもつのは

$k=\frac{1}{e},\ \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$