

次の問いに答えよ。

(1)  $x > 0$  のとき,  $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$  を証明せよ。

(2) (1) を利用して,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$$

を証明せよ。

(3) 方程式  $e^x = mx$  の実数解の個数は, 実数  $m$  の値によってどのように変わるか。曲線  $y = \frac{e^x}{x}$  をえがくことによって, それを調べよ。