



a を実数の定数とする。方程式

$$(a-1)e^x - x + 2 = 0$$

の実数解の個数を求めよ。

[静岡大]

$$ae^x - e^x - x + 2 = 0 \quad ae^x = e^x + x - 2 \quad (x \neq 0 \text{ のとき})$$

$$\frac{e^x + x - 2}{e^x} = a \quad \text{と変形し、}$$

左辺を

$$f(x) = (x-2)e^{-x} + 1 \quad \text{と置いて、グラフを考える。}$$

$$f'(x) = -e^{-x}(x-2) + e^{-x}$$

$$= e^{-x}(-x+3)$$

$x=3$ で極値をとる。増減表をかくと

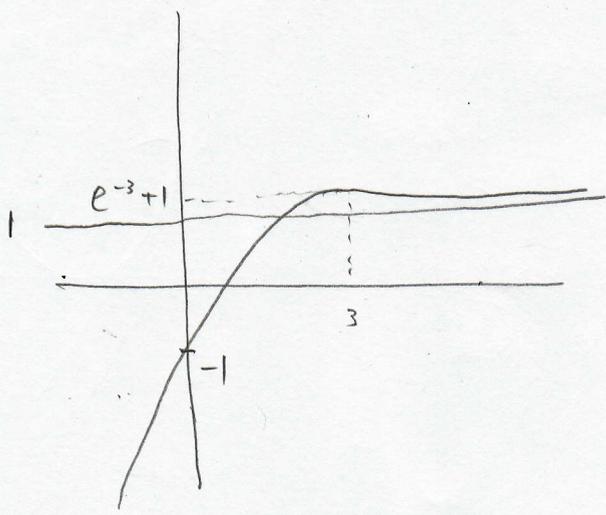
	...	3	...
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	↗	$e^{-3}+1$	↘

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{e^x} + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{e^x} + 1 = -\infty$$

$$f(0) = -1$$

よってグラフは



よって $f(x)$ と $y=a$ との交点を調べることによって、実数解の個数がわかる。

- $a \leq -1$ のとき 実数解は 1 個
- $-1 < a < e^{-3}+1$ のとき 実数解は 2 個
- $a = e^{-3}+1$ のとき 実数解は 1 個
- $a > e^{-3}+1$ のとき 実数解は 0 個

