

ごうかく!

ごうかく!

3C 練習 3

ごうかく!

$2\log(1+x) > 2x - x^2$ (ただし, $x > 0$) を証明せよ。

$$f(x) = 2\log(1+x) + x^2 - 2x \text{ とおく}$$

$$f'(x) = \frac{2}{1+x} + 2x - 2 = \frac{2 + 2(x+1)(x-1)}{1+x}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{2x^2}{1+x}$$

$x > 0$ のとき $f'(x) > 0$ となるから $f(x)$ は $x \geq 0$ の

増加関数である。また $f(0) = 0$ となるので

$$x > 0 \text{ のとき } f(x) > 0$$

すなわち

$$2\log(1+x) > 2x - x^2 \text{ が成り立つ}$$

ごうかく!

ごうかく!