3C[illegible] 8

ごうかく!

関数 $f(x) = ax^2 + bx$ が $x = \frac{\pi}{2}$ で極大値 1 をとる。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ で sin と $f(x)$ の大小を調べよ。

〔宮城教育大〕

(1)

$f'(x) = 2ax + b$

$f'(\frac{\pi}{2}) = 0$ より　$a\pi + b = 0$ …① 　①より $b = -a\pi$ …①'

$f(\frac{\pi}{2}) = 1$ より　$\frac{\pi^2}{4}a + \frac{\pi}{2}b = 1$ …② 　①' を代入すると

$\frac{\pi^2}{4}a - \frac{\pi^2}{2}a = 1$ 　$-\frac{\pi^2}{4}a = 1$ 　$a = -\frac{4}{\pi^2}$ 　$b = \frac{4}{\pi}$

従って　$f(x) = -\frac{4}{\pi^2}x^2 + \frac{4}{\pi}x$ //

(2)

$g(x) = f(x) - \sin x$ とおく

$g(x) = -\frac{4}{\pi^2}x^2 + \frac{4}{\pi}x - \sin x$ より

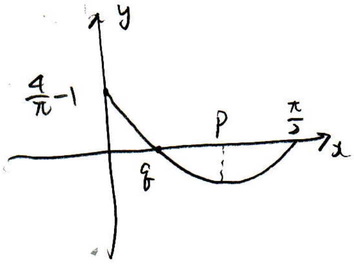
$g'(x) = -\frac{8}{\pi^2}x + \frac{4}{\pi} - \cos x$

$g''(x) = -\frac{8}{\pi^2} + \sin x$

$0 < \sin x < 1$ で　$0 < \frac{8}{\pi^2} < 1$ であるから $g''(x) = 0$ となる点がある　この点を p とする.

また $g'(0) = g'(\frac{\pi}{2}) = 0$, $g'(0) = \frac{4}{\pi} - 1 > 0$ であるから $g'(x)$ のグラフは

次のようになる



従って $x = q$ のとき $g'(q) = 0$ となる点がある. このとき増減を調べると

x	0	…	q	…	$\frac{\pi}{2}$
$g'(x)$		+	0	−	
$g(x)$	0	↗	極大	↘	0

となり $0 < x < \frac{\pi}{2}$ の間で

$g(x) > 0$ である

よって　$f(x) > \sin x$ //

ごうかく!

ごうかく!