3Cグラフ10

実数 x に対し，$f(x)$ を $f(x)=-2xe^x+\int_0^x (e^{2t}+2te^t)\,dt$ により定義する。次の問いに答えよ。

(1) $y=f(x)$ を求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ の増減やグラフの凹凸などを調べ，グラフの概形をかけ。

〔弘前大〕

(1) $f(x)=-2xe^x+\left[\frac{1}{2}e^{2t}+2te^t-2e^t\right]_0^x$

$=\cancel{-2xe^x}+\frac{1}{2}e^{2x}+\cancel{2xe^x}-2e^x-\left(\frac{1}{2}-2\right)$

$\therefore\ \underline{f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-2e^x+\frac{3}{2}}$ //

e^2

x^2-4x+3

$(x-1)(x-$

(2)

$f'(x)=e^{2x}-2e^x$

$=e^x(e^x-2)$　$e^x>0$より

$f'(x)=0$とすると　$x=\log_e 2$で極値をとる

$f''(x)=2e^{2x}-2e^x$

$=2e^x(e^x-1)$　$x=0$が変曲点のx座標になる

$e^x=X$とおくと $(X-1)(X-3)=0$ より $x=0,\ \log 3$でx軸と交わる

x	$-\infty$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\log 2$	$\cdots$	∞
$f'(x)$		$-$	$-$	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	↘	0	↘	$-\frac{1}{2}$	↗	∞