3Cグラフ17

a を定数 (実数) とする。$e^x \sin x = a$ が $0 \leqq x \leqq 2\pi$ において解をもつような a の範囲を求めよ。 〔早稲田大〕

$f(x) = e^x \sin x$ とおく　$g(x) = a$ として　$f(x)$ と $g(x)$ の交点を考える

$f'(x) = e^x \sin x + e^x \cos x$

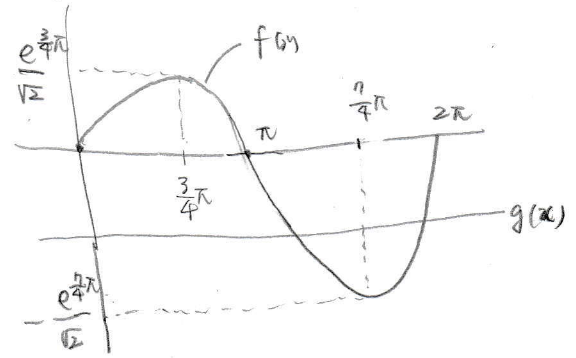
$= e^x(\sin x + \cos x)$

$e^x > 0$ より　$\sin x + \cos x = 0$ とおくと　$x = \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$

つまり $f(x)$ は $\frac{3}{4}\pi$, $\frac{7}{4}\pi$ で極値をとる

増減表をかくと以下のようで グラフは下図のようになる

x	0	$\cdots$	$\frac{3}{4}\pi$	$\cdots$	$\frac{7}{4}\pi$	$\cdots$	2π
$f'(x)$	1	$+$	0	$-$	0	$+$	$e^{2\pi}$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{e^{\frac{3}{4}\pi}}{\sqrt{2}}$	$\searrow$	$-\frac{e^{\frac{7}{4}\pi}}{\sqrt{2}}$	$\nearrow$	0



このとき $g(x)$ と $f(x)$ が

交点をもつ (解をもつ) a の範囲は

$$-\frac{e^{\frac{7}{4}\pi}}{\sqrt{2}} \leqq a \leqq \frac{e^{\frac{3}{4}\pi}}{\sqrt{2}}$$