グラフ2

関数 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ の極値を調べて, そのグラフの概形をかけ。

$$y'=\frac{(e^x-e^{-x})(e^x-e^{-x})-(e^x+e^{-x})(e^x+e^{-x})}{(e^x-e^{-x})^2}$$

$$=\frac{\cancel{e^{2x}}-1-1+\cancel{e^{-2x}}-\cancel{e^{2x}}-1-1-\cancel{e^{-2x}}}{(e^x-e^{-x})^2}=\frac{-4}{(e^x-e^{-x})^2}<0$$

となり極値はない

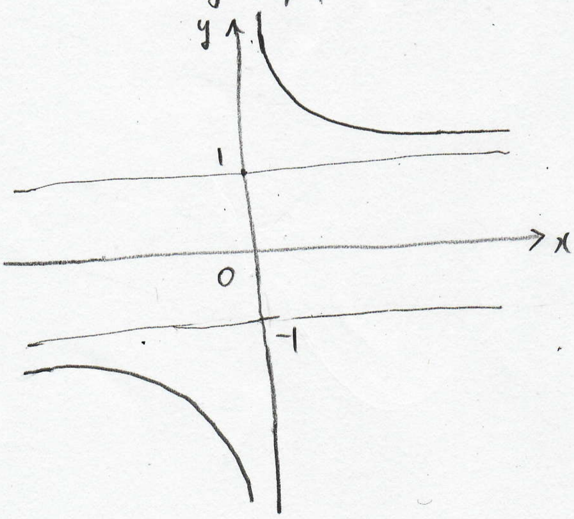
また 奇関数であるから グラフは原点対称であるから

$x>0$ だけで考える

$$y=\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}=\frac{1+e^{-2x}}{1-e^{-2x}}=\frac{1+\frac{1}{e^{2x}}}{1-\frac{1}{e^{2x}}}$$ となるので

$$\lim_{x\to+0}\frac{1+\frac{1}{e^{2x}}}{1-\frac{1}{e^{2x}}}=\infty \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{e^{2x}}}{1-\frac{1}{e^{2x}}}=1$$

$\therefore$ $y=0,\ 1$ が漸近線となる



グラフは左図のようになる