



30 7月3日



- (1) $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ ($x > 0$) の増減, 凹凸, 漸近線を調べ, xy 平面においてグラフの概形をかけ。
- (2) 方程式 $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = ax$ が $x > 0$ において異なる 2 つの解をもつとき, 定数 a の範囲を求めよ。

1) $y' = \frac{-1}{x^2} - \frac{-2x}{x^4} = \frac{-x^2 + 2x}{x^4} = \frac{-x(x-2)}{x^4} = \frac{x-2}{x^3}$ [愛知工大]

$x > 0$ かつ $x = 2$ で極値をとる。

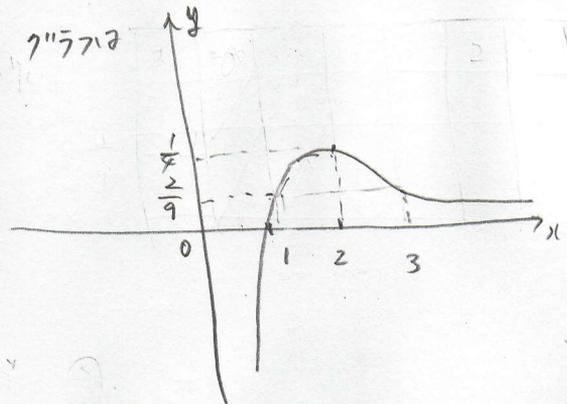
$$y'' = \frac{(-2x+2)x^4 - 4x^3(-x^2+2x)}{x^8} = \frac{-2x^5+2x^4+4x^5-8x^4}{x^8}$$

$$= \frac{2x^5-6x^4}{x^8} = \frac{2x^4(x-3)}{x^8} = \frac{2(x-3)}{x^4}$$

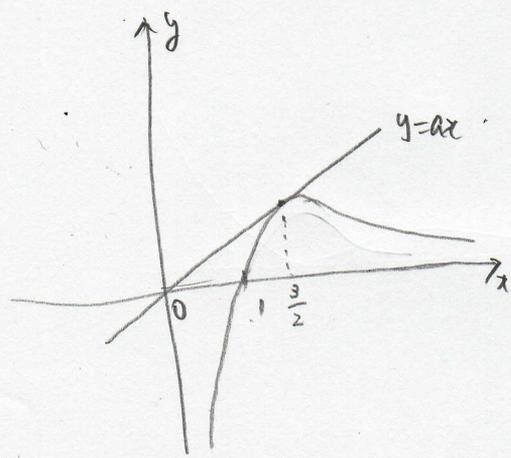
変曲点 $(3, \frac{2}{9})$

$x > 0$ の場合

x	0	∞	2	∞	3	∞
$f(x)$	∞	+	0	-	-	-
$f'(x)$	∞	-	-	+	0	+
$f''(x)$	∞	↑	↓	↓	↑	↓



(2) 7月3日の交点の数を考えよ



接点を $(t, \frac{t-1}{t^2})$ とするとその点に2つの接線は

$$y = \frac{-(t+2)}{t^3}(x-t) + \frac{t-1}{t^2}$$

$$y = -\frac{t-2}{t^3}x + \frac{2t-3}{t^2} \quad \text{原点を通る}$$

$$\frac{2t-3}{t^2} = 0 \quad t = \frac{3}{2} \quad \text{よって } a \text{ の値は } \frac{4}{27}$$

$$0 < a < \frac{4}{27}$$

