

関数 $f(x) = (x-1)^2 e^{-x}$ について次の間に答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。ただし, $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x} = 0$ を用いよ。

[中京大]

④)

$$f'(x) = 2(x-1)e^{-x} - (x-1)^2 e^{-x}$$

$$= e^{-x} \{ 2(x-1) - (x-1)^2 \} = e^{-x} (x^2 - 6x + 4)$$

$$= e^{-x} (2x - 2 - x^2 + 2x - 1)$$

$$= -e^{-x} (x^2 - 4x + 3) = -e^{-x} (x-1)(x-3)$$

とより増減表をかき左下の表
 のうに+する

x	$-\infty$	1	3	∞
		$-$	$+$	$-$
	\nearrow		\searrow	\nearrow

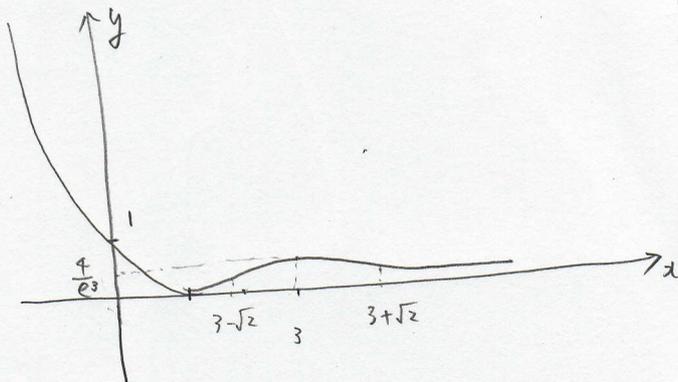
$\therefore x=1$ のとき極小値 0

$x=3$ のとき極大値 $\frac{4}{e^3}$

②)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x-1)^2 e^{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)^2}{x^2} \cdot x^2 e^{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \cdot x^2 e^{-x} = 0$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (x-1)^2 e^{-x} = 0$ とおき 又 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)^2 e^{-x} = \infty$ なり



$$f''(x) = e^{-x} (x^2 - 4x + 3) - e^{-x} (2x - 4)$$

$$= e^{-x} (x^2 - 4x + 3 - 2x + 4)$$

$$= e^{-x} (x^2 - 6x + 7)$$

変曲点の x 座標は $x = 3 \pm \sqrt{2}$ である

$$x^2 - 6x + 7 = 0 \text{ とおくと}$$

$$(x-3)^2 = 2$$

$$x-3 = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{2}$$

