グラフ7

関数 $f(x) = 1 - \log x$ について次の問に答えよ。

(1) 曲線 $y = |f(x)|$ のグラフをかけ。

(2) $\displaystyle\int_1^{e^2} |f(x)|\,dx$ を求めよ。

〔名城大〕

$\because x>0$ である

(1) $f(x)=0$ とすると $1-\log x = 0$ より

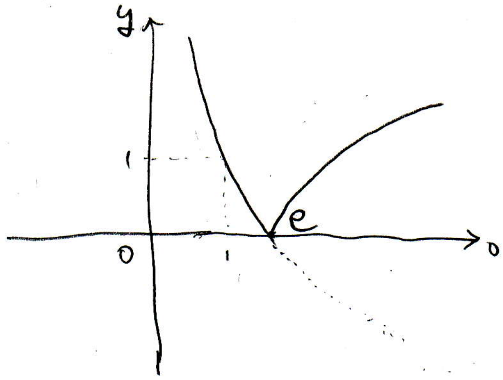
$x=e.$

$\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

$\displaystyle\lim_{x\to+0} f(x) = \infty$

また $f'(x) = -\dfrac{1}{x} < 0$ より単調減少

$f''(x) = \dfrac{1}{x^2} > 0$ より下に凸.



(2)

$$\int_1^{e^2} |f(x)|\,dx = \int_1^e 1-\log x\,dx + \int_e^{e^2} \log x - 1\,dx \quad \cdots ①$$

ここで $\displaystyle\int f(x)\,dx = \int 1-\log x\,dx = x-(x\log x - x)+C$ （$\because C$ は積分定数）

$= 2x - x\log x + C$ より

①は

$$\int_1^{e^2} |f(x)|\,dx = \Big[2x - x\log x\Big]_1^e + \Big[x\log x - 2x\Big]_e^{e^2}$$

$= (2e-e)-(2-0)+(2e^2-2e^2)-(e-2e)$

$= e-2+e$

$= 2e-2$

$\therefore\ \underline{2e-2}$