

3c 極値10

(1) 関数  $f(x) = x - e + x \log x$  ( $x > 0$ ) の増減を調べよ。

なお、必要ならば  $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$  を利用してもよい。

(2) (1) の結果を利用して、方程式  $f(x) = 0$  の解の個数を求めよ。

[東京農工大]

①)  $f'(x) = 1 + x \cdot \frac{1}{x} + \log x$

$f'(x) = 2 + \log x$        $f'(x) = 0$  とすると  $x = e^{-2}$  で極値をとる

$x$	0	∞	$\frac{1}{e^2}$	∞
$f'(x)$	/	-	0	+
$f(x)$	/	↘	極小	↗

$f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \frac{1}{e^2} - e - \frac{2}{e^2}$   
 $= -e - \frac{1}{e^2}$  ∞ 極小値

(2)

①)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -e < 0$

であり、 $x$  が増加するにつれて  $f(x)$  は減少していき

$x = \frac{1}{e^2}$  で極小値をとる。  $x > \frac{1}{e^2}$  で  $f(x)$  は増加に転じる。

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  より  $x$  軸で1つ交点をもつことが分かる。

従って  $f(x) = 0$  に対する実数解は1つである。