

3.0 極値 17

関数 $f(x) = x + a \cos x$ ($a > 1$) は、 $0 < x < 2\pi$ において極小値 0 をとる。この範囲における $f(x)$ の極大値を求めよ。 [室蘭工大]

$$f'(x) = 1 - a \sin x \quad \sin x = \frac{1}{a} \quad a \text{ とき } \text{極値をとる}$$

$$\sin x = \frac{1}{a} \text{ の解を } x=d, \pi-d \text{ とする}$$

x	0	\dots	d	\dots	$\pi-d$	\dots	2π
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		\nearrow	極大	\searrow	極小	\nearrow	

$x = \pi - d$ のとき 極小値で

$$\begin{aligned} f(\pi-d) &= \pi-d + a \cos(\pi-d) \\ &= \pi-d - a \cos d = 0 \text{ より} \end{aligned}$$

$$\pi = d + a \cos d \quad \dots \textcircled{1}$$

$x = d$ で 極大値のとき

$$f(d) = d + a \cos d \quad \textcircled{1} \text{ の } \pi \text{ と等しい}$$

極大値は π