

3.0 極値 17

関数 $f(x) = x + a \cos x$ ($a > 1$) は、 $0 < x < 2\pi$ において極小値 0 をとる。この範囲における $f(x)$ の極大値を求めよ。 [室蘭工大]

$$f'(x) = 1 - a \sin x \quad \sin x = \frac{1}{a} \quad a \text{ とき } \text{極値をとる}$$

$$\sin x = \frac{1}{a} \text{ の解を } x=d, \pi-d \text{ とする}$$

x	0	...	d	...	$\pi-d$...	2π
$f(x)$		+	0	-	0	+	
$f''(x)$		↗	極大	↘	極小	↗	

$x = \pi - d$ のとき 極小値で

$$\begin{aligned} f(\pi-d) &= \pi-d + a \cos(\pi-d) \\ &= \pi-d - a \cos d = 0 \text{ より} \end{aligned}$$

$$\pi = d + a \cos d \quad \dots \textcircled{1}$$

$x = d$ で 極大値のとき

$$f(d) = d + a \cos d \quad \textcircled{2} \text{ (この式の } \pi \text{ と等しい)}$$

∴ 極大値は π