



30 極値 2



関数 $f(x) = (4x^3 + ax^2 + bx + c)e^{2x}$ について、次の問いに答えよ。 $f(x)$ が $x = -1, x = 0, x = 1$ で極値をもつように定数 a, b, c を定めよ。 [東北大]

$$f'(x) = (12x^2 + 2ax + b)e^{2x} + 2(4x^3 + ax^2 + bx + c)e^{2x}$$

$$= \underline{\underline{\{8x^3 + (12+2a)x^2 + (2a+2b)x + b+2c\}e^{2x} \quad \text{①}}}$$

$x = -1, 0, 1$ の極値をとるとき、 $e^{2x} > 0$ であるから

① の下線部は

$8x(x+1)(x-1)$ と因数分解できるとはいいけない

これを用いると

$8x^3 - 8x$ と対り、① の下線部と恒等式になるのを

係数比較すると

$$\begin{cases} 12+2a=0 & \dots (a) \\ 2a+2b=-8 & \dots (b) \\ b+2c=0 & \dots (c) \end{cases}$$

(a) より $a = -6$

これを (b) より $b = 2$

これを (c) より $c = -1$

$\therefore a = -6, b = 2, c = -1$

