

30mm24

関数 $f(x) = x^3\sqrt{4-x^2}$ の最大値を求めよ。 ← $x = t \cos t, y = 0$

[室蘭工大]

$$f(x) = x^3(4-x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 3x^2(4-x^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^3 \cdot (-2x)(4-x^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= 3x^2\sqrt{4-x^2} - \frac{x^4}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{12x^2 - 3x^4 - x^4}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$= \frac{-4x^2(x^2-3)}{\sqrt{4-x^2}} \quad (\because -2 \leq x \leq 2)$$

$f'(x) = 0$ とすると $x = 0, \pm\sqrt{3}$ となる。極値をとる。増減表をかきと。

x	-2	\dots	$-\sqrt{3}$	\dots	0	\dots	$\sqrt{3}$	\dots	2
$f'(x)$	\nearrow	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	\searrow
$f(x)$	0	\searrow	$-\sqrt{3}$	\nearrow	0	\nearrow	$3\sqrt{3}$	\searrow	0

∴ 最大値は $x = \sqrt{3}$ のとき $3\sqrt{3}$