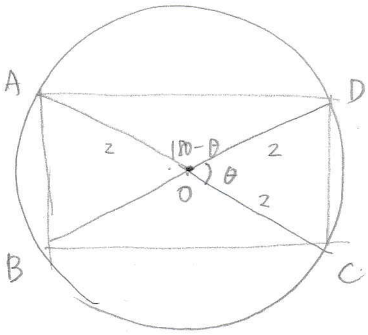
3 ann·30

半径2の円に内接する長方形の中で，面積が最大のものを求めよ。　〔島根医大〕



左図のように図を設定する
点A, B, C, Dは円の円周上の点
点Oは円の中心とする。また∠DOC＝θとする

長方形ABCDの最大値を考えるとき
△ADCの最大値を考えればよい

∴△ADCの面積をθの関数S(θ)として表すと

$$S(\theta) = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sin\theta + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sin(180-\theta)$$

$$= 2\sin\theta + 2\sin\theta$$

$$= 4\sin\theta$$　$0<\theta<\pi$ であるから $0<\sin\theta\leqq 1$

∴ $\theta=\frac{\pi}{2}$ つまり $\sin\theta=1$ のとき最大となるので

△ADCの面積は $\theta=\frac{\pi}{2}$ のとき最大値4となる

∴ 長方形ABCD ＝ △ADC×2
＝ 4×2
＝ 8

つまり
面積が最大となるのは長方形ABCDが正方形となるときで，その面積は8である

本来は微分で解くのでしょうか？