



3 maxima



関数 $f(x) = a(x - \sin 2x)$ ($-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値が π であるように a の値を定めよ。

$f(x)$ は奇関数であるから、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ だけ調べて

絶対値で比べればいい

$$f'(x) = a - 2a \cos 2x$$

$$f'(x) = 0 \text{ と } f'(x) < 0 \text{ かつ } \cos 2x = \frac{1}{2} \quad 2x = \frac{\pi}{3} \text{ より } x = \frac{\pi}{6}$$

$a > 0$ とし

$$f(0) = 0, \quad f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi a}{2}$$

$$\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a < \frac{\pi a}{2} \text{ で増減表は}$$

| | | | | | |
|---------|---|-----|--|------------|-------------------|
| x | 0 | ... | $\frac{\pi}{6}$ | ... | $\frac{\pi}{2}$ |
| $f'(x)$ | | | - | + | |
| $f(x)$ | 0 | | \downarrow $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ | \uparrow | $\frac{\pi a}{2}$ |

$\therefore a > 0$ とし $x = \frac{\pi}{2}$ が最大値

$$\frac{\pi a}{2} \therefore \frac{\pi a}{2} = \pi \text{ より } a = 2 \dots \textcircled{1}$$

また $a < 0$ とし上と同様に

| | | | | | |
|---------|---|-----|--|--------------|-------------------|
| x | 0 | ... | $\frac{\pi}{6}$ | ... | $\frac{\pi}{2}$ |
| $f'(x)$ | | | + | - | |
| $f(x)$ | 0 | | \uparrow $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ | \downarrow | $\frac{\pi a}{2}$ |

$\therefore a < 0$ とし $x = -\frac{\pi}{2}$ が最大値

$$-\frac{\pi a}{2} \therefore -\frac{\pi a}{2} = \pi \text{ より } a = -2 \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore a \text{ とし } \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a < \left|\frac{\pi a}{2}\right|$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より

$$\underline{a = \pm 2}$$

