次の各問に答えよ。

(1) $t > 0$ のとき, 不等式

$$\log t \leqq 2\sqrt{t} - 2$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} \frac{\log t}{t}$ を求めよ。

(3) $f(x) = x \log x \, (x > 0)$ の増減, 極値およびグラフの凹凸を調べて, そのグラフの概形をかけ。

(4) 区間 $[e^{-1}, e]$ において, 曲線 $y = x \log x$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。ただし, e は自然対数の底である。

〔鹿児島大〕