

自然数  $n$  に対して  $I_n = \int_1^e (\log x)^n dx$  とする。ただし、対数は自然対数であり、 $e$  は自然対数の底である。

(1)  $I_1$  の値を求めよ。

(2)  $I_{n+1}$  と  $I_n$  の関係式を求めよ。

(3) 定積分  $\int_1^{\sqrt{e}} x(\log x^2)^4 dx$  の値を求めよ。

〔岩手大〕