

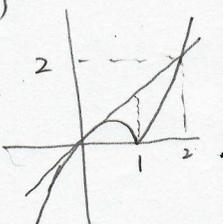


3c 21771



曲線  $C: y = x|x - 1|$  と直線  $l: y = kx$  ( $k$  は定数) が原点で接するとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $k$  の値を求めよ。
- (2) 原点と異なる、 $l$  と  $C$  との交点  $P$  の座標を求めよ。
- (3)  $l$  と  $C$  で囲まれる部分の面積  $S$  を求めよ。
- (4)  $l$  と  $C$  で囲まれる部分を  $x$  軸のまわりに回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ。

4)  
 $x < 1$  のとき  $y = -x^2 + x$  ... ①  
 $x \geq 1$  のとき  $y = x^2 - x$  ... ②  
 原点で接するから  $x=0$  のとき  $y' = 1$   $\therefore k = 1$ 
 [千葉工大]

(2)  $y = x$  と  $y = x^2 - x$  より  
 $x^2 - x = x \implies x^2 - 2x = x(x - 2) \implies (2, 2)$

(3) 求める面積は

$$\int_0^1 (x + x^2 - x) dx + \int_1^2 (x - x^2 + x) dx = \left[ \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 + \left[ -\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_1^2$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{8}{3} + 4 + \frac{1}{3} - 1$$

$$= 1$$

(4) 求める体積は

$$V = \pi \int_0^2 x^2 dx - \pi \int_0^2 \{x|x-1|\}^2 dx$$

$$= \pi \int_0^2 \{x^2 - x^2(x-1)^2\} dx$$

$$= \pi \int_0^2 (-x^4 + 2x^3) dx$$

$$= \pi \left[ -\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 \right]_0^2$$

$$= \pi \left[ -\frac{32}{5} + 8 \right]$$

$$= \frac{8}{5}\pi$$

