

座標平面上に曲線 $y = \log x$ とこの曲線上の点 $(a, \log a)$ における接線 l がある。ただし、 $a > 1$ とする。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) l が原点を通るとき、 a の値を求めよ。
- (3) (2) の条件のもとで、曲線 $y = \log x$ 、直線 l および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

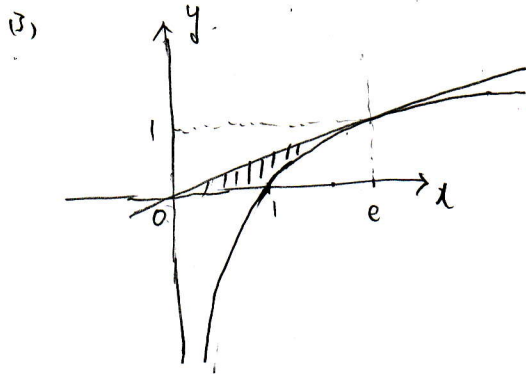
[福岡工業大]

(1) $y' = \frac{1}{x}$

$$y = \frac{1}{a}(x-a) + \log a$$

$$\therefore y = \frac{1}{a}x + \log a - 1$$

e) 直線式で $x=0, y=0$ とすると
 $\log a = 1 \quad \therefore a = e$



求める面積は S とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_0^e \frac{1}{e}x \, dx - \int_1^e \log x \, dx \\ &= \left[\frac{1}{2e}x^2 \right]_0^e - [x \log x - x]_1^e \\ &= \frac{e}{2} - \{(e-e) - (0-1)\} \\ &= \frac{e}{2} - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{e}{2} - 1$$