



# 3C 積分24



関数  $f(x)$  を  $f(x) = (x+2)e^{-x}$  とする。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

- (1)  $f(x)$  の最大値を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $(0, 2)$  における  $y = f(x)$  の法線  $l$  の方程式を求めよ。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  と法線  $l$  によって囲まれた図形の面積を求めよ。

[北海道学園大]

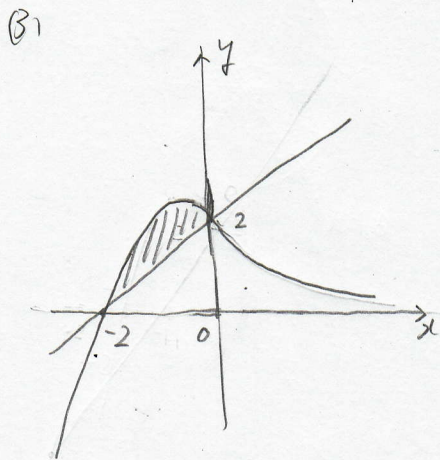
4)  $f'(x) = e^{-x} + e^x(x+2) \cdot e^{-x}$   
 $= e^x(-x-1)$

$x$	$\infty$	$-1$	$\dots$	$x$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$\nearrow$	$e$	$\searrow$	$0$

$\therefore f(x)$  は  $x = -1$  において最大値  $e$  をとる

5)  $f'(0) = -1$  より 法線の傾きは  $1$

従って法線の式は  $y = x + 2$



$$(x+2)e^{-x} = x+2$$

$$(e^{-x} - 1)(x+2) = 0$$

求める面積は右図より

$$\int_{-2}^0 (x+2)e^{-x} - x - 2 \, dx$$

$$= \int_{-2}^0 (e^{-x} - 1)(x+2) \, dx$$

$$= [(e^{-x} - 1)(x+2)]_{-2}^0 - \int_{-2}^0 (e^{-x} - 1) \, dx$$

$$= [(e^{-x} - 1)(x+2)]_{-2}^0 - [e^{-x} - \frac{1}{2}x^2]_{-2}^0$$

$$= -2 - \{1 - (e^2 - 2)\}$$

$$= e^2 - 5$$

1

$$\therefore e^2 - 5$$

