



30 積分37



定積分 $\int_1^e \frac{\sqrt{1+\log x}}{x} dx$ を求めよ。ただし、 e は自然対数 $\log x$ の底とする。

[武蔵工大]

$$1 + \log x = t \text{ とおく}$$

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = 1$$

$$\frac{1}{x} dx = dt \quad \text{よって}$$

$$\text{また } x \text{ が } 1 \rightarrow e \text{ のとき}$$

$$t \text{ は } 1 \rightarrow 2 \text{ であるから}$$

$$\int_1^e \frac{\sqrt{1+\log x}}{x} dx = \int_1^2 \sqrt{t} dt$$

$$= \int_1^2 t^{\frac{1}{2}} dt$$

$$= \left[\frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \right]_1^2$$

$$= \left[\frac{2}{3} t\sqrt{t} \right]_1^2$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{4\sqrt{2}-2}{3}$$

