

### 3C 種合67

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a \{f(x) + f(-x)\} dx \text{ を証明せよ。}$$

[慶応大]

$$\text{左辺} = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx \quad \dots \textcircled{1}$$

右辺に注目、 $-x = t$  とおき、 $dx = -dt$  より  $dx = -dt$ ,  $x: 0 \rightarrow a$   $t: 0 \rightarrow -a$

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= \int_0^a f(x) dx + \int_0^a f(-x) dx \\ &= \int_0^a f(x) dx - \int_0^{-a} f(t) dt \\ &= \int_0^a f(x) dx + \int_{-a}^0 f(t) dt \\ &= \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx \quad \text{と右辺と一致する。} \end{aligned}$$

∴ 題意は成り立つ。