

# 3C積分74

曲線  $y = \log x \dots \textcircled{1}$  について,

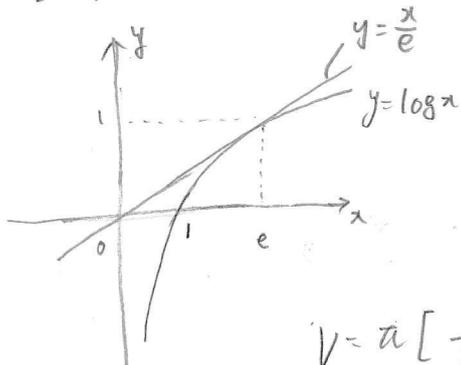
- (1)  $x = a$  における接線の方程式を定めよ。
- (2) (1) の接線が原点  $O$  を通るとき,  $a$  の値はいくらか。
- (3)  $x$  軸と (2) で求められる接線と曲線  $\textcircled{1}$  で囲まれた図形を,  $x$  軸の周りに回転してできる立体の体積を求めよ。

(1)  $\textcircled{1}$  を  $x$  で微分すると  $y' = \frac{1}{x}$  接点を  $(a, \log a)$  [順天堂大]  
 とすると接線の式は

$$y = \frac{1}{a}(x-a) + \log a \quad \therefore \underline{y = \frac{1}{a}x + \log a - 1}$$

(2) この式が原点  $(0,0)$  を通ることから, この  $0$  で求めた式に代入すると  
 $\log a = 1$  となり  $\therefore \underline{a = e}$

(3) 図示すると以下のようになります



求める体積を  $V$  とすると

$$V = \pi \int_0^e \left(\frac{x}{e}\right)^2 dx - \pi \int_1^e (\log x)^2 dx$$

$$= \pi \int (\log x)^2 = x(\log x)^2 - 2x \log x + 2x + C_m$$

$$V = \pi \left[ \frac{x^3}{3e^2} \right]_0^e - \pi \left[ x(\log x)^2 - 2x \log x + 2x \right]_1^e$$

$$= \frac{\pi}{3} e - \pi \{ e - 2e + 2e - (0 - 0 + 2) \}$$

$$= \frac{\pi}{3} e - \pi e + 2\pi$$

$$= 2\pi - \frac{2}{3}\pi e$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{3}\pi(3-e)}}$$

ゆえに求める体積は  $\underline{\underline{\frac{2}{3}\pi(3-e)}}$