



30 せつ 9.



$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で2つの関数 $f(x) = \sin 2x + 1$, $g(x) = \tan \frac{x}{2}$ を考える。このとき、 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。 [日本女子大]

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ において } 0 \leq \tan \frac{x}{2} \leq 1$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ において } 1 \leq \sin 2x + 1 \leq 2 \text{ であるから}$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ において}$$

$$\tan \frac{x}{2} \leq \sin 2x + 1 \text{ が成り立つ}$$

よって求める面積 S は

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x + 1 + \tan \frac{x}{2} \, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2} \cos 2x + x + 2 \log \left| \cos \frac{x}{2} \right| \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2 \log \frac{1}{\sqrt{2}} - \left(-\frac{1}{2} \right)$$

$$= 1 + \frac{\pi}{2} + \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$= 1 + \frac{\pi}{2} - \log 2$$

$$\therefore \underline{1 + \frac{\pi}{2} - \log 2}$$

