



物理4

水平面と α の角をなす方向に初速 v_0 (m/秒) で地上から投げ上げた小石 P の t 秒後の位置は、

$$x = v_0 t \cos \alpha, \quad y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

で表される。 [$g = 9.8$ (m/秒²)]。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) P はどんな曲線をえがいて運動するか。
- (2) P が地面に落下した瞬間の速度の大きさと向きを求めよ。

(1) $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ を y の式に代入すると

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2$$

これを整理して

$$y = - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x \quad \text{①}$$

となり、これは放物線を表す。従って放物線をえがいて運動する

(2) $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ より $\vec{v} = (v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha - g t)$... ②

落下するとき $y=0$ となる。①式の y を 0 とおくと

$$0 = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 = t \left(v_0 \sin \alpha - \frac{1}{2} g t \right) \quad t \neq 0 \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} g t = v_0 \sin \alpha \quad t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \quad \text{... 落下時刻}$$

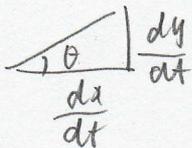
②より

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2 v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2}$$

$$= \sqrt{v_0^2 - 2 v_0 g \sin \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} + g^2 \cdot \left(\frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2}$$

$$= \sqrt{v_0^2 - (2 v_0 \sin \alpha)^2 + (2 v_0 \sin \alpha)^2} \quad \therefore |\vec{v}| = v_0$$

$$\tan \theta = \frac{dy/dt}{dx/dt} \quad \text{... ③} \quad t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \text{ のとき}$$



$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= v_0 \sin \alpha - g \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \\ &= -v_0 \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{-v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} \\ &= -\tan \alpha \end{aligned}$$

$$\therefore \theta = -\alpha$$

これは x 軸の正の向きに対して $-\alpha$ の傾き

