フクソ1レ1-10

修

とりくりつさせる
10-1へ

次の方程式を解け。

(1) $z^6=1$

(2) $z^3=i$

(3) $\cancel{z^2=1+\sqrt{3}i}$

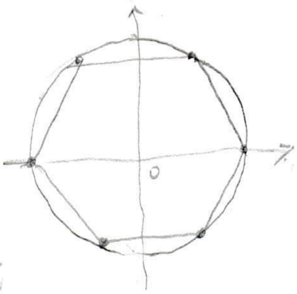
(1) $|z^6|=1$ より $z=1$

$z=\cos\theta+i\sin\theta$ とおくと

$(\cos\theta+i\sin\theta)^6=\cos 0+i\sin 0$

$(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)=\cos 0+i\sin 0$ なので 0 を 2π として考えると

$6\theta=2k\pi$ $\theta=\frac{k}{3}\pi$ (kは整数)



$\therefore$ $z_k=\cos\frac{k}{3}\pi+i\sin\frac{k}{3}\pi$

$z_0=1$, $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$z_3=-1$, $z_4=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_5=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

(2) $|z^3|=1$ より $|z|=1$ $z=\cos\theta+i\sin\theta$ とおくと

$(\cos\theta+i\sin\theta)^3=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}$ より

$3\theta=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ より $\theta=\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}k\pi$ (kは整数)

$0\leqq\theta<2\pi$ では $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5}{6}\pi$, $\frac{3}{2}\pi$

よって $z=\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

$z=\cos\frac{5}{6}\pi+i\sin\frac{5}{6}\pi=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

$z=\cos\frac{3}{2}\pi+i\sin\frac{3}{2}\pi=-i$

$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$, $-i$ //