3C 複素数1

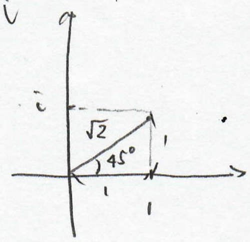
(1) 複素数 $z=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^3$ の偏角 $(0° \leqq \theta < 360°)$ を求めよ。

(2) $z^{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{1+i}$ を満たすような複素数 z について, その偏角 $\theta(0° \leqq \theta < 360°)$ を求めよ。

〔群馬大〕

(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{1+i} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\cos 45° + i\sin 45°)} = (\cos 45 + i\sin 45)^{-1}$

$1+i$



このとき $Z=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^3$

$= (\cos 45 + i\sin 45)^{-3}$

$= \cos(-135) + i\sin(-135)$

$\therefore\ \theta = 360 - 135 = 225$

$225°$

(2)

$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $r>0$ とおくと(偏角θ)

$Z^3 = r^3(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)$ …①

ここで(1)より $\dfrac{\sqrt{2}}{1+i} = (\cos 45 + i\sin 45)^{-1} = \cos(-45) + i\sin(-45)$ …②

であるから ①,②の比較を行うと

$r^3=1$ $3\theta = -45° + 360n$ (ただしnは整数)

これより

$r=1$ $\theta = -15° + 120n$ $0° \leqq \theta \leqq 360°$ より

$\theta = 105°,\ 225°,\ 345°$