

複素数平面上で不等式 $2|z-2| \leq |z-5| \leq |z+1|$ を満たす点 z が描く図形を D とする。

- (1) D を図示せよ。
- (2) 点 z が D 上を動くものとする。 $\arg z = \theta$ とするとき、 $\tan \theta$ の値のとりうる範囲を求めよ。
- (3) D の面積を求めよ。

[広島大]

$z = x + iy$ とし、問題の不等式の各辺を2乗すると

$$4|z-2|^2 \leq |z-5|^2 \leq |z+1|^2$$

$$4\{(x-2)^2 + y^2\} \leq (x-5)^2 + y^2 \leq (x+1)^2 + y^2$$

$$4\{(x-2)^2 + y^2\} \leq (x-5)^2 + y^2 \quad \text{①}$$

$$4(x^2 - 4x + 4) + 4y^2 \leq x^2 - 10x + 25 + y^2$$

$$3x^2 - 6x - 9 + 3y^2 \leq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 + y^2 \leq 0$$

$$(x-1)^2 + y^2 \leq 4 \quad \dots \text{②}$$

$$(x-5)^2 + y^2 \leq (x+1)^2 + y^2 \quad \text{③}$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 \leq x^2 + 2x + 1 + y^2$$

$$-12x \leq -24$$

$$x \geq 2 \quad \dots \text{④}$$

