



# 複素数



0でない2つの複素数  $z_1, z_2$  の極形式を  $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ ,  $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$  とする。 $i$  を虚数単位とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $z_1 z_2 = r_1 r_2 \{ \cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2) \}$  を示せ。
- (2) 複素数  $1 + i$  を極形式で表せ。
- (3) 複素数  $(1 + i)^{16}$  の値を求めよ。

[岐阜大]

$$\begin{aligned}
 (1) \quad z_1 z_2 &= r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) \cdot r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \\
 &= r_1 r_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + i \sin \theta_2 \cos \theta_1 + i \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\
 &= r_1 r_2 \{ \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 + i (\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \cos \theta_1) \} \\
 &\text{これは 00 法定理より} \\
 z_1 z_2 &= r_1 r_2 \{ \cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2) \} \text{ อนุเข้า 4 ฝั่ง}
 \end{aligned}$$

(2)

$$1 + i = \sqrt{2} (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad (1 + i)^{16} &= \sqrt{2}^{16} (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)^{16} \\
 &= 2^8 (\cos 720^\circ + i \sin 720^\circ) \\
 &= 2^8 \\
 &= 256
 \end{aligned}$$

$$\underline{256}$$

