

11) $|z|=2$ のとき

$$w = \frac{iz}{z-2}$$

$$\Leftrightarrow w(z-2) = iz$$

$$\Leftrightarrow wz - 2w = iz$$

$$\Leftrightarrow z(w-i) = 2w$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2w}{w-i}$$

$$\Leftrightarrow |z| = 2 \left| \frac{w}{w-i} \right|$$

$$\Leftrightarrow |w-i| = |w|$$

よって w が動く図形は

0 と i の垂直二等分線

12) z が虚軸を動く

$$z + \bar{z} = 0 \text{ が成り立つ}$$

$$\frac{2w}{w-i} + \frac{2\bar{w}}{\bar{w}+i} = 0 \text{ 両辺 } (w-i)(\bar{w}+i) \text{ をかけ}$$

$$\Leftrightarrow 2w(\bar{w}+i) + 2\bar{w}(w-i) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2w\bar{w} + 2wi + 2w\bar{w} - 2\bar{w}i = 0$$

$$\Leftrightarrow 4w\bar{w} + 2wi - 2\bar{w}i = 0 \quad \text{両辺 } \frac{1}{2} \text{ をかけ}$$

$$\Leftrightarrow w\bar{w} + \frac{1}{2}wi - \frac{1}{2}\bar{w}i = 0$$

$$\Leftrightarrow (w - \frac{1}{2}i)(\bar{w} + \frac{1}{2}i) = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow |w - \frac{1}{2}i| = \frac{1}{2}$$

よって w が動く図形は 中心 $\frac{1}{2}i$, 半径 $\frac{1}{2}$ の円

13) w が実軸を動くといふことは

$$w = \bar{w} \text{ が成り立つ}$$

$$\frac{iz}{z-2} = \frac{-i\bar{z}}{\bar{z}-2}$$

$z \neq 2$ とすると

$$\Leftrightarrow iz(\bar{z}-2) = -i\bar{z}(z-2)$$

$$\Leftrightarrow z\bar{z} - 2z = -z\bar{z} + 2\bar{z}$$

$$\Leftrightarrow 2z\bar{z} - 2z - 2\bar{z} = 0$$

$$\Leftrightarrow z\bar{z} - z - \bar{z} = 0$$

$$\Leftrightarrow (z-1)(\bar{z}-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow |z-1| = 1$$

よって z が動く図形は

中心 1, 半径 1 の円 (ただし $z \neq 2$)